

Спецификация
итоговой работы для проведения промежуточной аттестации
обучающихся 10 класса по математике
(базовый уровень)

1. Назначение работы

Работа предназначена для проведения процедуры итогового контроля индивидуальных достижений, обучающихся 10 класса в образовательном учреждении по предмету «Математика».

2. Документы, определяющие содержание работы

Содержание и структура итоговой работы по предмету «Математика» разработаны на основе следующих документов:

Приказ Министерства образования и науки РФ от 17.05.2012 № 413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования» (с изменениями и дополнениями), Примерная основная образовательная программа среднего общего образования, Основная образовательная программа среднего общего образования МОУ «СОШ № 19»

3. Содержание работы

На основании документов, перечисленных в п.2 Спецификации, разработан кодификатор, определяющий в соответствии с требованиями ФКГОС среднего общего образования планируемые результаты освоения основной образовательной программы среднего общего образования по предмету «Математика» для проведения итогового контроля индивидуальных достижений обучающихся.

В работе представлены задания базового и повышенного уровня.

Распределение заданий по основным разделам

Раздел курса	Число заданий
Тригонометрические функции	3
Тригонометрические уравнения	1
Преобразование тригонометрических выражений	1

Производная	4
Планиметрия. Стереометрия	3
Итого:	12

4. Время выполнения работы

Примерное время на выполнение заданий составляет:

- 1) для заданий базового уровня сложности – 1 - 3 минуты;
- 2) для заданий повышенной сложности – от 5 до 10 минут;

На выполнение всей работы отводится до 40 минут.

5. Дополнительные материалы и оборудование

При проведении работы разрешается пользоваться линейкой

6. Оценка выполнения отдельных заданий и работы в целом

Каждое из заданий 1–8 считается выполненными верно, если записанный ответ совпадает с эталоном. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 9-12, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Критерии оценивания задания №9-10

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения уравнения и отбора параметра	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>2</i>

Критерии оценивания задания №11

Содержание критерия	Баллы
---------------------	-------

Обоснованно получен верный ответ	3
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения задачи	2
Получен верный ответ, но решение недостаточно обоснованно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>3</i>

Критерии оценивания задания №12

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов нахождения множества значений функции	2
Ход рассуждений верный, но решение не доведено до конца.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>3</i>

За выполнение задания обучающийся получает определённое число баллов.

Таблица максимального числа баллов за одно задание

Часть 1 (базовый уровень)	Часть 2 (повышенный уровень)		Итого
Задание, №	Задание, №		
1-8	9-10	11-12	

1	2	3	18
---	---	---	----

Таблица перевода тестовых баллов в школьные отметки

Тестовый балл	Школьная отметка
0-3	2
4-6	3
7-9	4
9-18 (при условии выполнения одного задания из части 2 полностью)	5

План работы

Условные обозначения: Уровень сложности: Б – базовый уровень сложности, П – повышенный уровень.

Тип задания: КО – с кратким ответом, РО – с развернутым ответом.

№ п/ п	Блок содержания	Объект оценивания	Код проверяе мых умений	Уровень сложност	Тип задания	Уровень сложност	Макс. балл	Время выполнен
1	Тригонометрические функции	Владеть понятиями синуса, косинуса, тангенса, котангенса числового аргумента; применять основное тригонометрическое тождество	1.1.1;1.1.2	Б	КО	Б	1	2
2	Тригонометрические функции	Уметь находить множество значений тригонометрической функции	1.2.2	Б	КО	Б	1	2
3	Планиметрия	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	5.1; 5.2;1.1.1	Б	КО	Б	1	2
4	Производная	Уметь применять геометрический смысл производной	4.1.1	Б	КО	Б	1	2
5	Преобразование тригонометрических выражений	Уметь выполнять преобразование тригонометрических выражений; находить значение тригонометрических выражений	3.1.1; 3.2.1	Б	КО	Б	1	3

6	Производная	Владеть физическим смыслом производной	4.1.2	Б	КО	Б	1	3
7	Производная	Уметь исследовать функцию с помощью производной (по графику производной)	4.1.3	Б	КО	Б	1	2
8	Стереометрия	Уметь решать стереометрические задачи на нахождение геометрических величин	5.3; 5.4	Б	КО	Б	1	3
9	Тригонометрические уравнения	Уметь решать тригонометрические уравнения	2.1.1; 2.1.2; 1.2.1	П	РО	П	2	5
10	Производная	Уметь исследовать функцию с помощью производной	4.2.1	П	РО	П	2	6
11	Планиметрия	Уметь решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин.	5.1	П	РО	П	3	6
12	Тригонометрические функции	Уметь находить множество значений сложной функции	1.2.2	П	РО	П	3	6

КОДИФИКАТОР

Перечень элементов содержания, проверяемых
на контрольной работе по математике.

Код элементов		Проверяемые умения
1. Тригонометрические функции		
	1.1.1	Понятие синуса, косинуса, тангенса, котангенса числового аргумента.
	1.1.2	Основное тригонометрическое тождество: упрощать выражение; находить значение выражения.
	1.2.1	Область определения функции.
	1.2.2	Множество значений тригонометрической функции
2. Тригонометрические уравнения		
	2.1.1	Решение тригонометрических уравнений: решать и отбирать корни по заданному условию.
	2.1.2	Решение простейших тригонометрических функций
3. Преобразование тригонометрических выражений		
	3.1.1	Тождественные преобразования тригонометрических выражений: упрощать выражение, находить значение выражения
	3.2.1	Формулы синуса, косинуса суммы и разности двух аргументов
4. Производная		
	4.1.1	Геометрический смысл производной: находить угловой коэффициент касательной, тангенс угла наклона касательной, угол наклона касательной по графику производной
	4.1.2	Физический смысл производной
	4.1.3	Промежутки монотонности: находить по графику производной. Точки экстремумов функции: находить по графику производной. Точки, в которых функция достигает наибольшего и наименьшего значения: находить по графику производной.
	4.2.1	Исследование функций с помощью производной.
5. Планиметрия. Стереометрия		
	5.1	Планиметрия
	5.2	Измерение геометрических величин
	5.3	Прямые и плоскости в пространстве.
	5.4	. Многогранники.

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы отводится 60 минут. Работа состоит из двух частей и содержит 12 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня по материалу курса математики. К каждому заданию нужно дать краткий ответ, представленный либо целым числом, либо конечной десятичной дробью.

Часть 2 содержит 4 более сложных задания. При их выполнении надо записать подробное обоснованное решение и ответ.

Исправления и зачёркивания в каждой части работы, если они сделаны аккуратно, не являются поводом для снижения оценки.

Вариант 1

Часть 1

1. Упростите выражение $2\sin^2 x + 2\cos^2 x$.

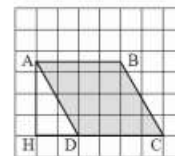
Ответ: _____.

2. Найдите наибольшее значение функции $y = 4\sin x$.

Ответ: _____.

3. Размер клетки 1×1 . Известно, что ABCD – ромб. Найдите косинус угла ADC.

Ответ: _____.



4. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = \tan x$ в точке с

абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

Ответ: _____.

5. Вычислите $\frac{\cos 26^\circ \cos 22^\circ - \cos 64^\circ \cos 68^\circ}{2 \sin 21^\circ \cos 21^\circ}$

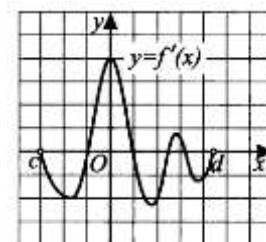
Ответ: _____.

6. Точка движется по координатной прямой согласно закону $x(t) = t^3 + t^2 + 2$, где x – перемещение в метрах, t – время в секундах. В какой момент времени ускорение точки будет равно 8 м/с^2 ?

Ответ: _____.

7. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(c; d)$. На рисунке изображён график производной функции $y = f'(x)$. Найдите количество точек минимума функции.

Ответ: _____.



8. Найдите площадь полной поверхности правильной четырёхугольной пирамиды со стороной основания 10 см и высотой 12 см .

Ответ: _____.

Часть 2

9. Сколько корней имеет уравнение $\sqrt{16 - x^2} \left(\frac{2}{\cos^2 x} - 2 \right) = 0$?

10. При каком наименьшем значении a уравнение $-x^3 - 3x^2 + 8 - a = 0$ имеет ровно 2 корня?

11. Хорда AB стягивает дугу окружности, равную 120° . Точка C лежит на этой дуге, а точка D – на хорде AB. $AD = 8$, $DB = 4$, $CD = 4\sqrt{2}$. Найдите площадь треугольника ABC.

12. Найдите множество значений функции $y = \arccos\left(\frac{\sqrt{2} + \sin x - \cos x}{4}\right)$.

Вариант 2

Часть 1

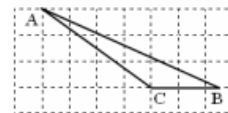
1. Упростите выражение $3\sin^2 x + 3\cos^2 x$.

Ответ: _____.

2. Найдите наибольшее значение функции $y = 2\sin x$.

Ответ: _____.

3. На рисунке клетка имеет размер 1 см х 1 см. Найдите косинус большего угла треугольника ABC.



Ответ: _____.

4. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = \sqrt{3} \cos x$ в точке с абсциссой $x_0 = \pi$.

Ответ: _____.

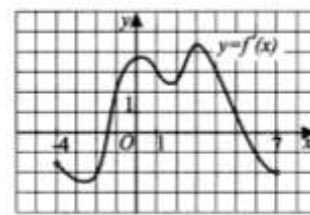
5. Вычислите $\frac{\cos 105^\circ \cos 5^\circ + \sin 105^\circ \sin 5^\circ}{\cos 18^\circ \cos 62^\circ - \sin 62^\circ \cos 72^\circ}$

Ответ: _____.

6. Точка движется по координатной прямой согласно закону $s(t) = -9t^2 + t^3 - 11$, где s – перемещение в метрах, t – время в секундах. В какой момент времени ускорение точки будет равно нулю?

Ответ: _____.

7. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-4; 7)$. График её производной изображён на рисунке. Укажите количество точек максимума функции $y = f(x)$.



Ответ: _____.

8. Высота правильной четырёхугольной пирамиды равна 3, апофема пирамиды образует с высотой угол 30° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

Ответ: _____.

Часть 2

9. Сколько корней имеет уравнение $(\sqrt{2} \cos x - 1)\sqrt{-4x^2 + 7x - 3} = 0$?

10. При каком наименьшем значении a уравнение $x^4 - 8x^2 + 7 - a = 0$ имеет ровно 2 корня?

11. На хорде AB окружности с центром O взята точка M так, что $MB = 5$. Через точки A, M и O проведена окружность, которая пересекает первую окружность в точках A и C. Найти длину MC.

12. Найдите множество значений функции $y = \frac{4}{\pi} \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} \cos 2x + \sin 2x)\right)$.

Ответы

№ задания	Вариант 1	Вариант 2
1.	2	3
2.	4	2
3.	-0,5	-0,8
4.	2	0
5.	1	-1
6.	1	3
7.	2	1
8.	360	24
9.	5	3
10.	4	-9
11.	$12\sqrt{2}$	5
12.	$[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}]$	$[-1; 1]$

Решение части 2 Вариант 1

9.

Задача сводится к нахождению наименьшего значения a , при котором график функции $y = -x^3 - 3x^2 + 8$ и прямая $y = a$ имеют ровно две общие точки.

$$y'(x) = -3x^2 - 6x = -3x(x + 2)$$

$$y'(x) = 0 \text{ при } x = 0, x = -2.$$

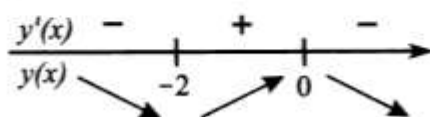


Рис. 78.

При $x < -2$ имеем $y' < 0$, при $-2 < x < 0$ имеем $y' > 0$, при $x > 0$ имеем $y' < 0$ (см. рис. 78), следовательно $x = -2$ — точка минимума, $x = 0$ — точка максимума.

$$y(-2) = 8 - 12 + 8 = 4, \quad y(0) = 8 \text{ (см. рис. 79).}$$

Исходное уравнение имеет ровно два корня при $a = 8$ и $a = 4$. Наименьшее значение a равно 4.

Ответ: 4.

$$\text{С1. } \sqrt{16 - x^2} \left(\frac{2}{\cos^2 x} - 2 \right)$$

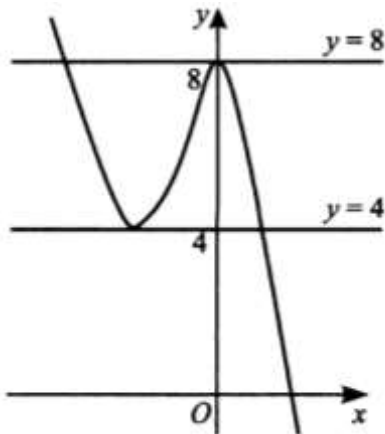
$$\left[\begin{cases} \begin{cases} x = 4, \\ x = -4, \end{cases} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}; \\ |\cos x| = 1, \\ |x| \leq 4; \end{cases} \right.$$

Найдём $x = \pi n$, принадлеж.
 $x_1 = -\pi, x_2 = 0, x_3 = \pi.$

Исходное уравнение имеет

Ответ: 5.

10.



11. 1). Из $\triangle AOB$ находим $R=4\sqrt{3}$

2). По свойству хорд AB и CF пересекающихся в точке D находим $DF=4\sqrt{2}$. D – середина хорды CF . Значит, $OD \perp CF$

3) По теореме Пифагора из $\triangle COD$ $CD=4$.

4) $\angle DOB = \angle DBO = 30^\circ$ (как углы при основании равнобедренного $\triangle BOD$) $\angle BDF = 120^\circ - 90^\circ = \angle CDA = 30^\circ$ (как вертикальные)

5) CP – высота $\triangle ABC$. Её находим из $\triangle CPD$, как катет, лежащий против угла в 30° .

$$CP = 2\sqrt{2}$$

$$6) S = 0,5 \cdot 12 \cdot 2\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

Ответ: $12\sqrt{2}$

12.

$$C4. \sin x - \cos x = \sqrt{2} \left(\sin x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \cos x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right) =$$

$$= \sqrt{2} \left(\sin x \cos \frac{\pi}{4} - \cos x \sin \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right).$$

$$-1 \leq \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \leq 1, \quad -\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \leq \sqrt{2},$$

$$0 \leq \sqrt{2} + \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \leq 2\sqrt{2}, \quad 0 \leq \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)}{4} \leq \frac{\sqrt{2}}{2},$$

все промежуточные значения достигаются;

$$\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} \leq \arccos \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)}{4} \right) \leq \arccos 0,$$

$$\frac{\pi}{4} \leq \arccos \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)}{4} \right) \leq \frac{\pi}{2}, \text{ все промежуточные значения достигаются.}$$

Ответ: $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right]$.

Решение части 2 Вариант 2 (аналогично)

11. 1). $\angle AMC$ в два раза больше $\angle ABC$, т.к. центральный для вписанного.
2). В $\triangle BMC$ $\angle AMC$ – внешний. $\angle AMC = \angle ABC + \angle MCB$
3) $\angle ABC = \angle MCB$. Значит, $\triangle BMC$ – равнобедренный и $MC = MB = 5$

Ответ: 5